

**WOJSKOWA AKADEMIA TECHNICZNA
im. Jarosława Dąbrowskiego**

ZAKŁAD AWIONIKI I UZBROJENIA LOTNICZEGO



Przedmiot:

PODSTAWY AUTOMATYKI I ROBOTYKI

ĆWICZENIE LABORATORYJNE Nr 1

**POMIAR CHARAKTERYSTYK CZASOWYCH
I CZĘSTOTLIWOŚCIOWYCH PODSTAWOWYCH CZŁONÓW
AUTOMATYKI**

Warszawa 2013

1.1. CEL ĆWICZENIA

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z podstawowymi elementami automatyki, pomiar ich charakterystyk czasowych i częstotliwościowych.

1.2. PRZEDMIOT ĆWICZENIA

Przedmiotem ćwiczenia jest szczegółowa analiza konstrukcyjna poszczególnych elementów automatyki, określenie ich transmitancji operatorowej i widmowej oraz pomiar charakterystyk czasowych i częstotliwościowych.

1.3. WIADOMOŚCI OGÓLNE

1.3.1. Podstawowe elementy automatyki

ELEMENTY INERCYJNE I BEZINERCYJNE

Elementem inercyjnym pierwszego rzędu nazywać będziemy element opisany równaniem różniczkowym o postaci:

$$T \dot{y} + y = ku$$

gdzie: k – współczynnik wzmocnienia określony jako stosunek odpowiedzi y do wymuszenia u w stanie ustalonym, T – stała czasowa.

Szczególnym przypadkiem elementu inercyjnego pierwszego rzędu dla $T = 0$ jest element bezinercyjny (proporcjonalny, wzmacniający). Elementem bezinercyjnym nazywać będziemy element opisany równaniem algebraicznym o postaci:

$$y = ku$$

Przyjmując za zmienną stanu x odpowiedź y z równania $T \dot{y} + y = ku$ otrzymamy równanie stanu o postaci:

$$\dot{x} = -\frac{1}{T}x + \frac{k}{T}u$$

oraz równanie wyjścia:

$$y = x$$

Macierze A , B , C i D dla elementu inercyjnego pierwszego rzędu są zatem równe:

$$A = \left[-\frac{1}{T} \right], \quad B = \left[\frac{k}{T} \right], \quad C = [1], \quad D = [0]$$

Elementowi bezinercyjnemu nie można przypisać stanu, ponieważ bieżąca wartość odpowiedzi y zależy tylko od bieżącej wartości wymuszenia u , nie zależy natomiast od przeszłych wymuszeń i odpowiedzi. Element bezinercyjny nie ma więc opisu w przestrzeni stanów. Równanie różniczkowe $T \dot{y} + y = ku$ w postaci operatorowej dla zerowych warunków początkowych ma postać:

$$(sT + 1)Y(s) = kU(s),$$

gdzie: $Y(s)$ i $U(s)$ są transformatami Laplace'a odpowiednio y i u .

Z równania $(sT + 1)Y(s) = kU(s)$ otrzymujemy transmitancję operatorową elementu inercyjnego pierwszego rzędu o postaci:

$$G(s) = \frac{k}{1 + sT}.$$

W przypadku szczególnym dla $T = 0$ ze wzoru $G(s) = \frac{k}{1 + sT}$ otrzymujemy transmitancję operatorową elementu bezinercyjnego o postaci:

$$G(s) = k$$

Charakterystykę skokową, charakterystykę amplitudowo-fazową oraz charakterystyki logarytmiczne amplitudową i fazową elementu inercyjnego pierwszego rzędu przedstawia rys. 1. Charakterystykę skokową, będącą oryginałem transformaty:

$$H(s) = G(s) \frac{1}{s} = \frac{k}{s(1 + sT)}$$

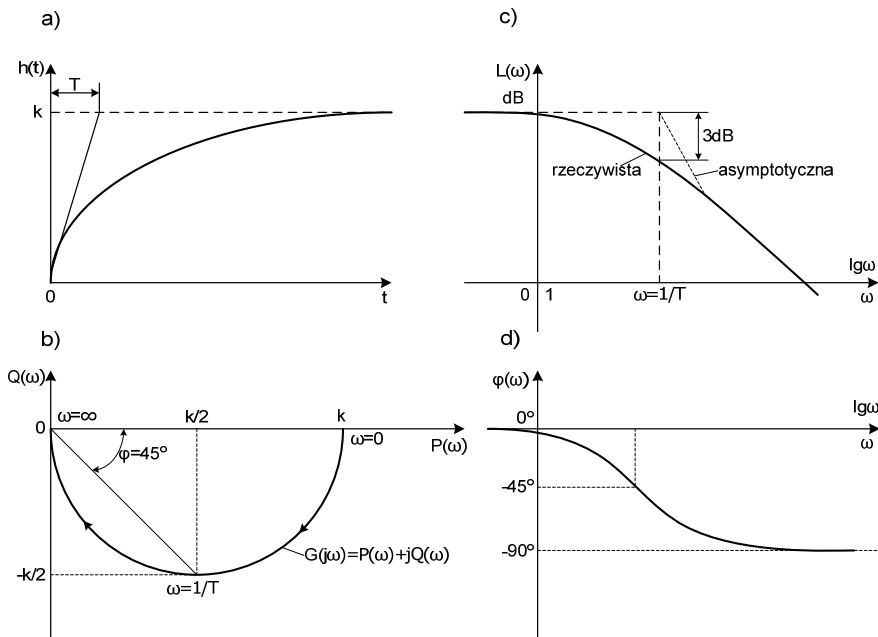
określa wzór (rys. 1a):

$$h(t) = k(1 - e^{-t/T}).$$

Charakterystyka amplitudowo-fazowa jest wykresem transmitancji widmowej:

$$G(j\omega) = \frac{k}{1 + j\omega T}$$

którą otrzymujemy z transmitancji operatorowej $G(s) = \frac{k}{1 + sT}$ podstawiając $s = j\omega$. Charakterystyka ta ma postać półokręgu o średnicy k , położonego w czwartej ćwiartce (rys. 1b).



Rys1. Charakterystyki elementu inercyjnego pierwszego rzędu: a) skokowa, b) amplitudowo-fazowa, c) logarytmiczna amplitudowa, d) logarytmiczna fazowa

Zależność określającą logarytmiczną charakterystykę amplitudową

$$L(\omega) = 20 \lg |G(j\omega)| = 20 \lg \frac{|k|}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}}$$

można aproksymować wyrażeniem:

$$L(\omega) = \begin{cases} 20 \lg |k| & \text{dla } \omega < \frac{1}{T} \\ 20 \lg \frac{|k|}{T} - 20 \lg \omega & \text{dla } \omega > \frac{1}{T} \end{cases}$$

Asymptotyczna logarytmiczna charakterystyka amplitudowa ma więc postać łamanej złożonej z dwóch półprostych (rys. 1c). Punktem załamania tej charakterystyki jest punkt $\omega = 1/T$. Największa różnica między logarytmiczną charakterystyką amplitudową rzeczywistą i asymptotyczną występuje w punkcie załamania i wynosi:

$$20 \lg \frac{|k|}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}} \Big|_{\omega = \frac{1}{T}} - 20 \lg |k| = -20 \lg \sqrt{2} \approx -3 \text{ dB}$$

Logarytmiczną charakterystykę fazową elementu inercyjnego pierwszego rzędu (rys.1d)

¹ Źródło: Tadeusz Kaczorek „Teoria sterowania”, Tom I Układy liniowe ciągłe i dyskretne, s.136

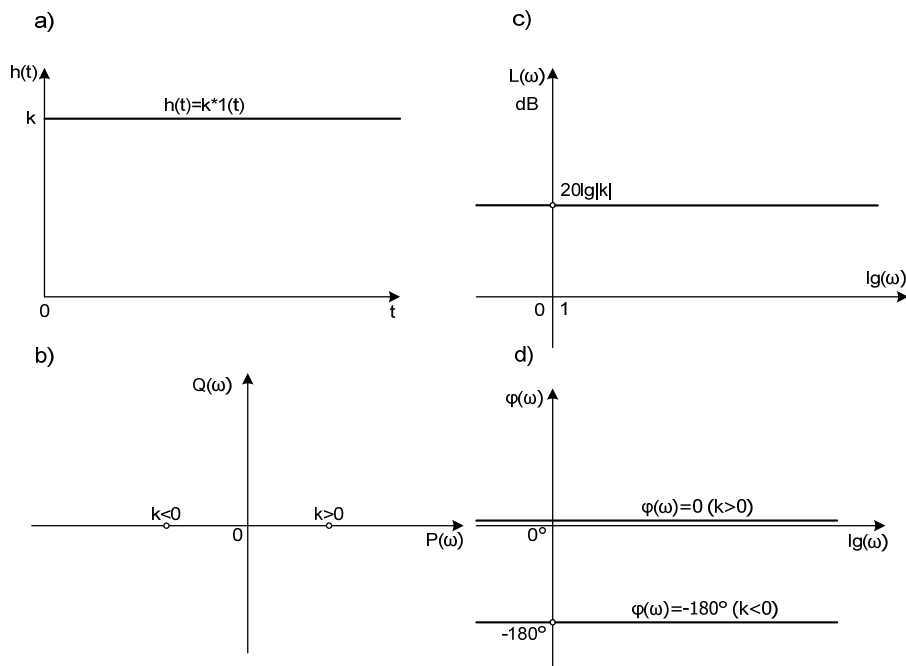
określa wzór:

$$\varphi(\omega) = \arg G(j\omega) = -\arctg \omega T$$

Charakterystykę skokową, charakterystykę amplitudowo-fazową oraz logarytmiczne charakterystyki amplitudową i fazową elementu bezinercyjnego przedstawia rys. 2. Charakterystykę skokową elementu bezinercyjnego (rys.2a) określa wzór:

$$h(t) = k1(t)$$

przy czym $1(t)$ jest skokiem jednostkowym.



Rys.2. Charakterystyki elementu bezinercyjnego: a) skokowa, b) amplitudowo-fazowa, c) logarytmiczna amplitudowa, d) logarytmiczna fazowa²

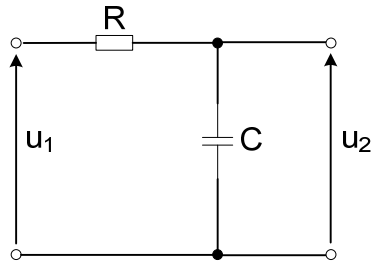
Charakterystyka amplitudowo-fazowa elementu bezinercyjnego jest punktem położonym dla $k > 0$ na dodatniej, a dla $k < 0$ na ujemnej półosi liczb rzeczywistych (rys.2b). Logarytmiczna charakterystyka amplitudowa elementu bezinercyjnego (rys.2c) ma wartość stałą równą $20 \lg |k|$, a logarytmiczna charakterystyka fazowa (rys.2d) przyjmuje wartość 0° dla $k > 0$ oraz -180° dla $k < 0$.

Przykładem elementu inercyjnego pierwszego rzędu jest czwórnik RC (rys. 3), jeżeli za wymuszenie przyjmą napięcie u_1 na wejściu, a za odpowiedź napięcie u_2 na wyjściu tego czwornika. Czwórnik ten opisany jest równaniem:

² Źródło: Tadeusz Kaczorek „Teoria sterowania”, Tom I Układy liniowe ciągłe i dyskretne, s.137

$$RC\dot{u}_2 + u_2 = u_1$$

które jest przypadkiem szczególnym dla $T = RC$ i $k = 1$ równania $T\dot{y} + y = ku$

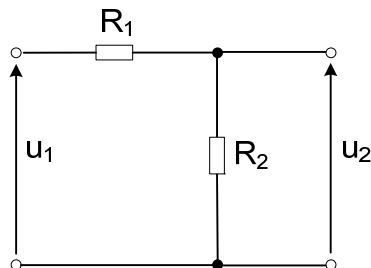


Rys.3. Czwórnik RC³

Przykładem elementu bezinercyjnego jest rezystancyjny dzielnik napięcia (rys.4), jeżeli za wymuszenie przyjąć napięcie na wejściu u_1 , a za odpowiedź napięcie na wyjściu u_2 tego dzielnika. Napięcie u_2 z napięciem u_1 związane jest zależnością

$$u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_1$$

Równanie to jest przypadkiem szczególnym dla $k = R_2/(R_1 + R_2)$ równania $y = ku$.



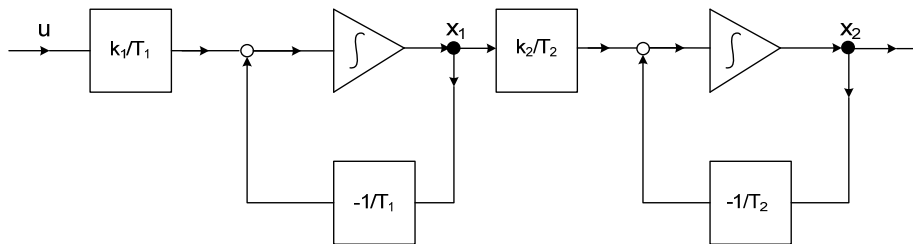
Rys.4. Rezystancyjny dzielnik napięcia⁴

Łącząc łańcuchowo (kaskadowo, szeregowo) n elementów inercyjnych pierwszego rzędu nie obciążających się wzajemnie otrzymujemy element inercyjny n – tego rzędu. Na przykład łącząc łańcuchowo dwa elementy inercyjne pierwszego rzędu (rys. 5) o równaniach

$$T_1\dot{x}_1 + x_1 = k_1u, \quad T_2\dot{x}_2 + x_2 = k_2x_1$$

³ Źródło: Tadeusz Kaczorek „Teoria sterowania”, Tom I Układy liniowe ciągłe i dyskretne, s.138

⁴ Źródło: Tadeusz Kaczorek „Teoria sterowania”, Tom I Układy liniowe ciągłe i dyskretne, s.140



Rys.5. Połączenie łańcuchowe schematów blokowych dwóch elementów inercyjnych pierwszego rzędu⁵

otrzymamy element inercyjny drugiego rzędu opisany równaniem

$$T_1 T_2 \ddot{y} + (T_1 + T_2) \dot{y} + y = ku$$

gdzie: $y = x_2$, a $k = k_1 k_2$.

Równanie $T_1 T_2 \ddot{y} + (T_1 + T_2) \dot{y} + y = ku$ otrzymujemy z równań $T_1 \dot{x}_1 + x_1 = k_1 u$ i $T_2 \dot{x}_2 + x_2 = k_2 x_1$ w wyniku wyrugowania z tych równań x_1 i podstawienia $x_2 = y$. Przyjmując za zmienne stanu x_1 i x_2 z w/w równań otrzymamy równanie stanu elementu inercyjnego drugiego rzędu o postaci:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & 0 \\ \frac{k_2}{T_2} & -\frac{1}{T_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{k_1}{T_1} \\ 0 \end{bmatrix} u$$

oraz równanie wyjścia:

$$y = [0, 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Równanie charakterystyczne:

$$T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2) s + 1 = 0$$

równania różniczkowego $T_1 T_2 \ddot{y} + (T_1 + T_2) \dot{y} + y = ku$ ma dwa pierwiastki rzeczywiste: $s_1 = -1/T_1$, $s_2 = -1/T_2$.

Z równania $T_1 T_2 \ddot{y} + (T_1 + T_2) \dot{y} + y = ku$ otrzymujemy transmitancję operatorową elementu inercyjnego drugiego rzędu o postaci:

⁵ Źródło: Tadeusz Kaczorek „Teoria sterowania”, Tom I Układy liniowe ciągłe i dyskretne, s.140

$$G(s) = \frac{k}{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2)s + 1} = \frac{k_1 k_2}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

ELEMENTY CAŁKUJĄCE

Elementem całkującym z inercją nazywać będziemy element automatyki opisany równaniem różniczkowym o postaci:

$$T \ddot{y} + \dot{y} = ku,$$

gdzie: k – współczynnik wzmocnienia prędkościowego, określony jako stosunek pochodnej odpowiedzi y do wymuszenia u w stanie ustalonym, T – stała czasowa.

Szczególnym przypadkiem elementu całkującego z inercją dla $T = 0$ jest element całkujący zwany idealnym elementem całkującym. Elementem całkującym nazywać będziemy element automatyki opisany równaniem różniczkowym o postaci:

$$\dot{y} = ku$$

Przyjmując za zmienne stanu $x_1 = y$, $x_2 = \dot{y}$ otrzymamy równanie stanu o postaci:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k}{T} \end{bmatrix} u$$

oraz wyjścia:

$$y = [1, 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

W przypadku szczególnym członu całkującego, przyjmując za zmienną stanu odpowiedź y , otrzymamy macierze A , B , C , D o postaci:

$$A=[0], \quad B=[k], \quad C=[1], \quad D=[0].$$

Równanie różniczkowe $T \ddot{y} + \dot{y} = ku$ w postaci operatorowej dla zerowych warunków początkowych ma postać:

$$(Ts^2 + s)Y(s) = kU(s)$$

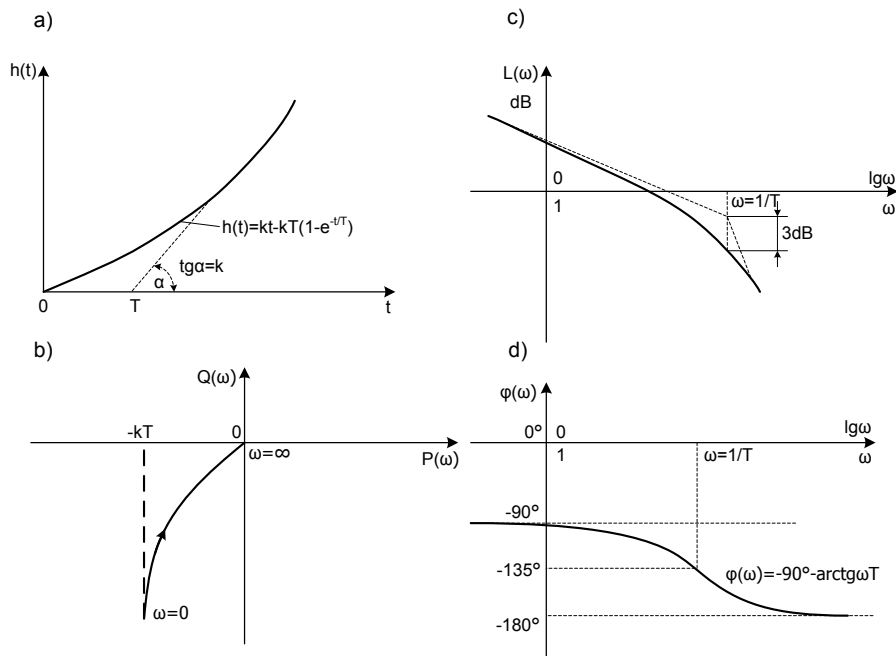
gdzie: $Y(s)$ i $U(s)$ są transformatami Laplace'a odpowiednio y i u . Z równania otrzymujemy transmitancję operatorową elementu całkującego z inercją o postaci

$$G(s) = \frac{k}{s(1+sT)}$$

W przypadku szczególnym dla $T=0$ z w/w wzoru otrzymujemy transmitancję operatorową elementu całkującego o postaci:

$$G(s) = \frac{k}{s}$$

Charakterystykę skokową, charakterystykę amplitudowo-fazową oraz charakterystyki logarymiczne amplitudową i fazową elementu całkującego z inercją przedstawia rys. 6.



Rys.6. Charakterystyki członu całkującego z inercją: a) skokowa, b) amplitudowo-fazowa, c) logarymiczna amplitudowa, d) logarymiczna fazowa⁶

Z zależności:

$$\frac{k}{s(1+sT)} = \frac{k}{s} - \frac{kT}{1+sT}$$

wynika, że charakterystyka skokowa elementu całkującego z inercją (rys. 6a):

$$h(t) = kt - kT(1 - e^{-t/T})$$

jest różnicą charakterystyki skokowej elementu całkującego:

⁶ Źródło: Tadeusz Kaczorek „Teoria sterowania”, Tom I Układy liniowe ciągłe i dyskretne, s.142

$$h(t) = kt$$

i charakterystyki skokowej elementu inercyjnego pierwszego rzędu o współczynniku wzmocnienia kT :

$$h(t) = kT(1 - e^{-t/T})$$

Charakterystykę amplitudowo-fazową elementu całkującego z inercją, będącą wykresem transmitancji widmowej:

$$G(j\omega) = \frac{k}{j\omega(1 + j\omega T)} = P(\omega) = jQ(\omega)$$

gdzie:

$$P(\omega) = -\frac{kT}{1 + (\omega T)^2}, \quad Q(\omega) = -\frac{k}{\omega[1 + (\omega T)^2]}$$

przedstawia rys. 6b.

Zależność określającą logarytmiczną charakterystykę amplitudową:

$$L(\omega) = 201g |G(j\omega)| = 201g \frac{|k|}{\omega \sqrt{1 + (\omega T)^2}}$$

można aproksymować wyrażeniem:

$$L(\omega) = \begin{cases} 201g |k| - 201g \omega \\ 201g \frac{|k|}{T} - 401g \omega \end{cases}$$

Asymptotyczna logarytmiczna charakterystyka amplitudowa ma więc postać łamanej złożonej z dwóch półprostych (rys. 6c). Punktem załamania tej charakterystyki jest punkt $\omega = 1/T$. Największa różnica między logarytmiczną charakterystyką amplitudową rzeczywistą i asymptotyczną występuje w punkcie załamania i wynosi:

$$201g \frac{|k|}{\omega \sqrt{1 + (\omega T)^2}} \Big|_{\omega=1/T} - (201g |k| - 201g \omega) = -201g \sqrt{2} \approx -3dB$$

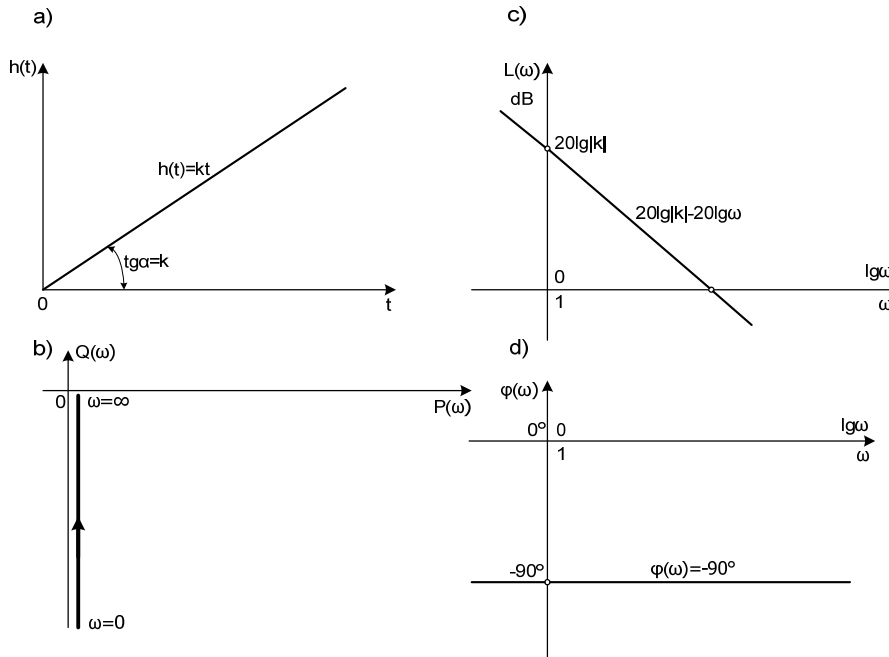
Logarytmiczną charakterystykę fazową elementu całkującego z inercją (rys. 6d) określa wzór:

$$\varphi(\omega) = \arg G(j\omega) = -90^\circ - \arctg \omega T .$$

Charakterystykę skokową, charakterystykę amplitudowo-fazową oraz logarytmiczne charakterystyki amplitudową i fazową elementu całkującego przedstawia rys. 7. Charakterystyka skokowa elementu całkującego, określona zależnością $h(t) = kt$, jest linią prostą o współczynniku kierunkowym k ,

przechodzącą przez początek układu współrzędnych (rys. 7a). Charakterystyka amplitudowo – fazowa tego elementu, będąca wykresem transmitancji widmowej:

$$G(j\omega) = \frac{k}{j\omega}$$



Rys.7. Charakterystyki elementu całkującego z inercją: a) skokowa, b) amplitudowo-fazowa, c) logarymiczna amplitudowa, d) logarymiczna fazowa

pokrywa się z ujemną półosią urojoną (rys. 7b). Logarymiczna charakterystyka amplitudowa, określona zależnością:

$$L(\omega) = 20\lg |G(j\omega)| = 20\lg |k| - 20\lg \omega$$

jest linią prostą o współczynniku kierunkowym – 20dB/dekadę, która przecina oś odciętych w punkcie $\omega = k$ (rys. 7c). Logarymiczna charakterystyka fazowa (rys. 7d) jest określona zależnością:

$$\varphi(\omega) = \arg G(j\omega) = -90^\circ$$

Przykładem elementu całkującego z inercją jest obcowzbudny silnik elektryczny prądu stałego o pomijalnej indukcyjności twornika, jeżeli za wymuszenie przyjąć napięcie u zasilające twornik, a za odpowiedź – kąt położenia wirnika α . Uwzględniając tylko rezystancję R , a pomijając, jako małą, indukcyjność twornika, możemy napisać równanie:

⁷ Źródło: Tadeusz Kaczorek „Teoria sterowania”, Tom I Układy liniowe ciągłe i dyskretne, s.144

$$u = Ri = k_1 \omega$$

gdzie: i jest natężeniem prądu twornika, ω – prędkością kątową wirnika,
 k_1 – stałym współczynnikiem.

Przykładem elementu całkującego jest idealny kondensator, jeżeli za wymuszenie przyjąć natężenie prądu i , a za odpowiedź – napięcie u na tym kondensatorze.

Jak wiadomo, napięcie u na kondensatorze o pojemności C z prądem i jest związane zależnością:

$$\dot{u} = \frac{1}{C} i$$

Równanie to stanowi przypadek szczególny dla $k = 1/C$.

ELEMENTY RÓŻNICZKUJĄCE

Elementem różniczkującym z inercją (lub rzeczywistym elementem różniczkującym) nazywać będziemy element automatyki opisany równaniem różniczkowym o postaci:

$$T \dot{y} + y = k u,$$

gdzie: k – współczynnik wzmocnienia, określony jako stosunek odpowiedzi y do pochodnej wymuszenia u w stanie ustalonym, T – stała czasowa.

Szczególnym przypadkiem członu różniczkującego z inercją dla $T = 0$ jest element różniczkujący idealny, który krótko nazywać będziemy elementem różniczkującym. Elementem różniczkującym nazywać będziemy element automatyki opisany równaniem o postaci:

$$y = k \dot{u}$$

Przyjmując za zmienną stanu:

$$x = y - \frac{k}{T} u$$

z równania $T \dot{y} + y = k \dot{u}$ otrzymamy równanie stanu o postaci:

$$\dot{x} = -\frac{1}{T} x - \frac{k}{T^2} u$$

oraz równanie wyjścia

$$y = x + \frac{k}{T} u$$

Elementowi różniczkującemu nie można przypisać stanu, ponieważ bieżąca wartość odpowiedzi y zależy tylko od bieżącej wartości pochodnej wymuszenia \dot{u} , nie zależy natomiast od przeszłych wymuszeń i odpowiedzi. Element różniczkujący nie ma więc opisu w przestrzeni stanów.

Równanie różniczkowe $T\dot{y} + y = k\dot{u}$ w postaci operatorowej dla zerowych warunków początkowych ma postać:

$$(sT + 1)Y(s) = ksU(s)$$

gdzie: $Y(s)$ i $U(s)$ są transformatami Laplace'a odpowiednio y i u .

Z równania $(sT + 1)Y(s) = ksU(s)$ otrzymujemy transmitancję operatorową elementu różniczkującego z inercją o postaci:

$$G(s) = \frac{ks}{1 + sT}$$

W przypadku szczególnym dla $T = 0$ z w/w wzoru otrzymujemy transmitancję operatorową elementu różniczkującego o postaci:

$$G(s) = ks$$

Charakterystykę skokową, charakterystykę amplitudowo – fazową oraz charakterystyki logarytmiczne amplitudową i fazową elementu różniczkującego z inercją przedstawia rys. 8.

Charakterystykę skokową (rys. 8a), będącą oryginałem transformaty:

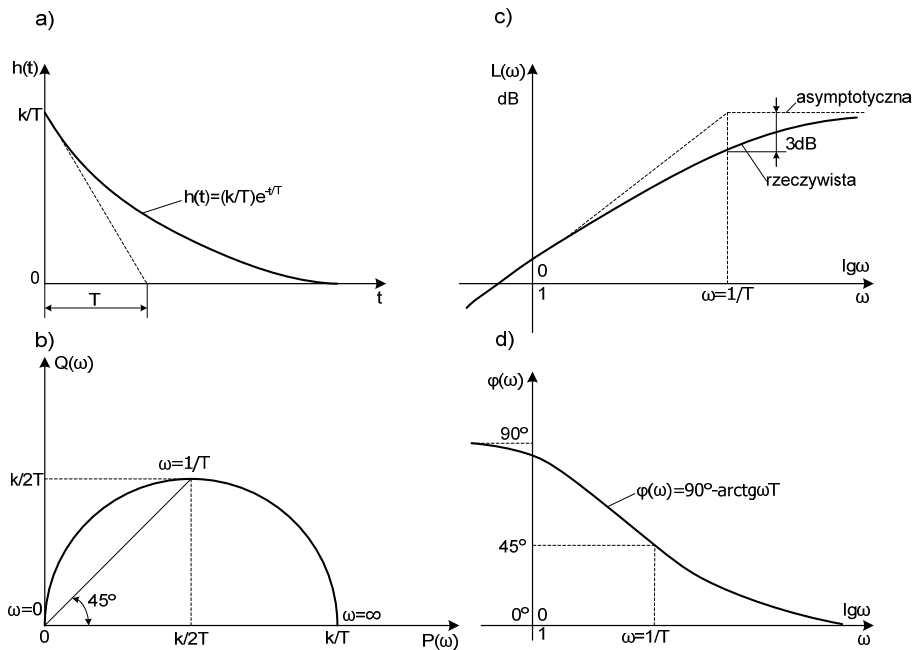
$$H(s) = G(s) \frac{1}{s} = \frac{k}{1 + sT},$$

określa zależność:

$$h(t) = \frac{k}{T} e^{-t/T}$$

Charakterystyka amplitudowo – fazowa elementu różniczkującego z inercją jest wykresem transmitancji widmowej o postaci:

$$G(j\omega) = \frac{jk\omega}{1 + j\omega T} = P(\omega) + jQ(\omega),$$



Rys.8. Charakterystyki elementu różniczkującego z inercją: a) skokowa, b) amplitudowo-fazowa, c) logarytmiczna amplitudowa, d) logarytmiczna fazowa⁸

przy czym:

$$P(\omega) = \frac{kT\omega^2}{1 + (\omega T)^2}, \quad Q(\omega) = \frac{k\omega}{1 + (\omega T)^2}$$

Charakterystyka ta ma postać półokręgu położonego w pierwszej ćwiartce o średnicy k/T i środku w punkcie $(k/2T, 0)$ (rys. 8b).

Zależność, określającą logarytmiczną charakterystykę amplitudową:

$$L(\omega) = 20 \lg |G(j\omega)| = 20 \lg \frac{|k| \omega}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}}$$

można aproksymować wyrażeniem:

$$L(\omega) = \begin{cases} 20 \lg |k| + 20 \lg \omega \\ 20 \lg \frac{|k|}{T} \end{cases}$$

Asymptotyczna logarytmiczna charakterystyka amplitudowa ma więc postać łamanej złożonej z dwóch półprostych (rys. 8c). Punktem załamania tej charakterystyki jest punkt $\omega = 1/T$. Największa różnica między logarytmiczną

⁸ Źródło: Tadeusz Kaczorek „Teoria sterowania”, Tom I Układy liniowe ciągłe i dyskretne, s.147

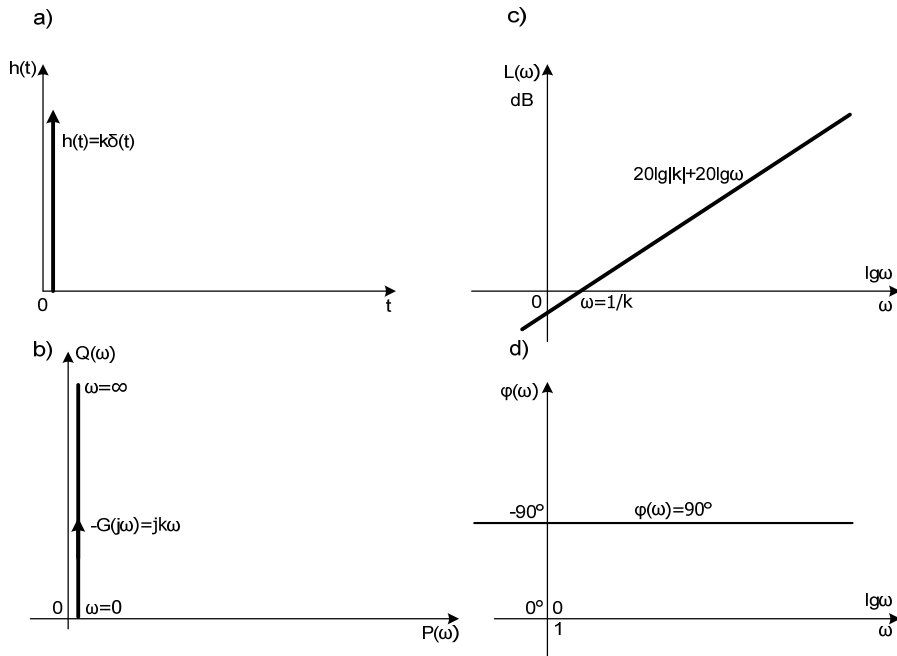
charakterystyką amplitudową rzeczywistą i asymptotyczną występuje w punkcie załamania i wynosi:

$$20 \lg \frac{|k| \omega}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}} \Big|_{\omega=1/T} - (20 \lg |k| + 20 \lg \omega) = -20 \lg \sqrt{2} \approx -3 \text{ dB}$$

Logarytmiczną charakterystykę fazową elementu różniczkującego z inercją (rys. 8d) określa wzór:

$$\varphi(\omega) = \text{arc}G(j\omega) = 90^\circ - \text{arctg} \omega T$$

Charakterystykę skokową, charakterystykę amplitudowo – fazową oraz logarytmiczne charakterystyki amplitudową i fazową elementu różniczkującego przedstawia rys. 9.



Rysunek 9. Charakterystyki członu różniczkującego: a) skokowa, b) amplitudowo-fazowa, c) logarytmiczna amplitudowa, d) logarytmiczna fazowa⁹

Charakterystykę skokową elementu różniczkującego (rys. 9a), będącą oryginałem transformaty:

$$H(s) = G(s) \frac{1}{s} = k$$

określa wzór:

⁹ Źródło: Tadeusz Kaczorek „Teoria sterowania”, Tom I Układy liniowe ciągłe i dyskretne, s.148

$$h(t) = k\delta(t),$$

gdzie: $\delta(t)$ – jest funkcją Diraca.

Charakterystyka amplitudowo – fazowa tego członu, będąca wykresem transmitancji widmowej:

$$G(j\omega) = jk\omega$$

pokrywa się z dodatnią półosią urojoną (rys. 9b). Logarytmiczna charakterystyka amplitudowa, określona zależnością:

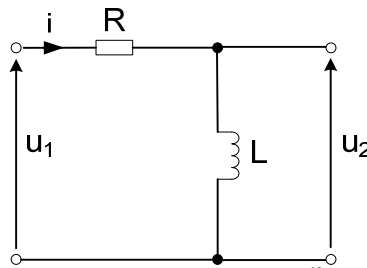
$$L(\omega) = 20\lg |G(j\omega)| = 20\lg |k| + 20\lg \omega$$

jest linią prostą o współczynniku kierunkowym 20dB/dekadę, przecinającą oś odciętych w punkcie $\omega = 1/k$ (rys. 9c). Logarytmiczną charakterystykę fazową elementu różniczkującego (rys. 9d) określa zależność:

$$\varphi(\omega) = \arg G(j\omega) = 90^\circ$$

Przykładem elementu różniczkującego z inercją jest czwórnik RL (rys.10), jeżeli za wymuszenie przyjmą napięcie na wejściu u_1 , a za odpowiedź – napięcie na wyjściu u_2 tego czwornika. Równanie tego czwornika:

$$u_1 = Ri + u_2$$



Rysunek 10. Czwórnik RL¹⁰

po zróżniczkowaniu względem czasu i podstawieniu: $\dot{i} = u_2 = \frac{L}{R} \dot{u}_1$. Równanie

to stanowi szczególny przypadek dla $T = L/R$ i $k = L/R$.

Przykładem elementu różniczkującego jest idealny kondensator, jeżeli za wymuszenie przyjmą napięcie u przyłożone do kondensatora, a za odpowiedź – natężenie prądu i w tym kondensatorze. Jak wiadomo, napięcie u z prądem i w kondensatorze o pojemności C jest związane zależnością:

$$i = C \dot{u}$$

¹⁰ Źródło: Tadeusz Kaczorek „Teoria sterowania”, Tom I Układy liniowe ciągłe i dyskretne, s.149

ELEMENT OSCYLACYJNY

Elementem oscylacyjnym (drugiego rzędu) nazywać będziemy element automatyki opisany równaniem różniczkowym o postaci:

$$\ddot{y} + 2\xi(\omega_n \dot{y} + \omega_n^2 y) = k\omega_n^2 u$$

lub

$$T_n^2 \ddot{y} + 2\xi T_n \dot{y} + y = ku$$

gdzie: T_n – okres drgań własnych nie tłumionych, $\omega_n = 1/T_n$ – pulsacja drgań własnych nie tłumionych, ξ - względny współczynnik tłumienia ($0 < \xi < 1$), k – współczynnik wzmocnienia określony jako stosunek odpowiedzi y do wymuszenia u w stanie ustalonym.

Przyjmując za zmienne stanu $x_1 = y$, $x_2 = \dot{y}$ z równania $\ddot{y} + 2\xi(\omega_n \dot{y} + \omega_n^2 y) = k\omega_n^2 u$ otrzymamy równanie stanu o postaci:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\xi\omega_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ k\omega_n^2 \end{bmatrix} u$$

oraz równanie wyjścia:

$$y = [1, 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Równanie różniczkowe $\ddot{y} + 2\xi(\omega_n \dot{y} + \omega_n^2 y) = k\omega_n^2 u$ w postaci operatorowej dla zerowych warunków początkowych ma postać:

$$(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)Y(s) = k\omega_n^2 U(s)$$

gdzie: $Y(s)$ i $U(s)$ są transformatami Laplace'a odpowiednio y i u .

Z równania $(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)Y(s) = k\omega_n^2 U(s)$ otrzymujemy transmitancję operatorową członu oscylacyjnego o postaci:

$$G(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

a po podstawieniu $\omega_n = 1/T_n$:

$$G(s) = \frac{k}{T_n^2 s^2 + 2\xi T_n s + 1}$$

Zauważmy, że dla $0 < \xi < 1$ bieguny transmitancji $G(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$,
czyli pierwiastki równania:

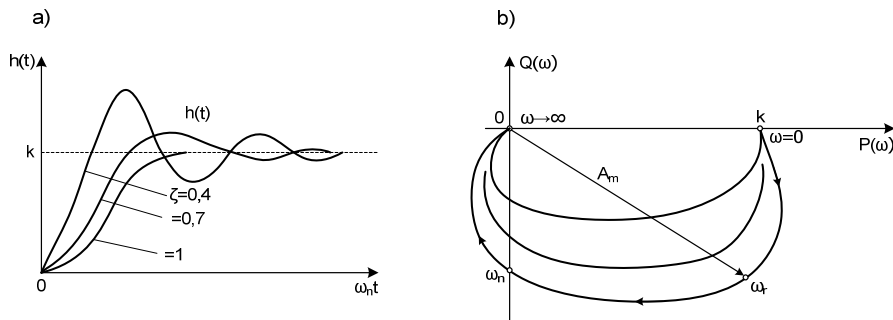
$$M(s) = s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

są zespolone sprzężone o ujemnej części rzeczywistej:

$$s_1 = -\omega_n(\xi + j\sqrt{1-\xi^2}), \quad s_2 = -\omega_n(\xi - j\sqrt{1-\xi^2}).$$

Dla $\xi \geq 1$ bieguny s_1 i s_2 są rzeczywiste i element oscylacyjny staje się elementem inercyjnym drugiego rzędu.

Charakterystykę skokową i charakterystykę amplitudowo – fazową przedstawia rys. 11.



Rys.11. Charakterystyki członu oscylacyjnego: a) skokowa, b) amplitudowo - fazowa¹¹

Charakterystykę skokową elementu oscylacyjnego (rys. 11a), będącą oryginałem transformaty:

$$H(s) = G(s) \frac{1}{s} = \frac{k\omega_n^2}{s(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)}$$

określa zależność:

$$h(t) = k \left[1 - \frac{e^{-\omega_n \xi t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\omega_w t + \varphi) \right]$$

gdzie: $\omega_w = \omega_n \sqrt{1-\xi^2}$ - pulsacja drgań własnych tłumionych,
 $\varphi = \arctg(\sqrt{1-\xi^2} / \xi)$.

¹¹ Źródło: Tadeusz Kaczorek „Teoria sterowania”, Tom I Układy liniowe ciągłe i dyskretne, s.153

Składowa przejściowa tej charakterystyki:

$$-\frac{ke^{-\omega_n \xi t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\omega_n t + \varphi)$$

jest tłumiona tym słabiej w zależności od czasu względnego $\omega_n t$, im mniejszy jest względny współczynnik tłumienia ξ (rys. 11a).

Charakterystyka amplitudowo – fazowa elementu oscylacyjnego jest wykresem transmitancji widmowej o postaci:

$$G(j\omega) = \frac{k\omega_n^2}{\omega_n^2 - \omega^2 + j2\xi\omega_n\omega} = P(\omega) + jQ(\omega),$$

$$\text{gdzie: } P(\omega) = \frac{k\omega_n^2(\omega_n^2 - \omega^2)}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\omega_n\omega)^2}, \quad Q(\omega) = \frac{2k\omega_n^3\xi\omega}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\omega_n\omega)^2}.$$

Charakterystykę tę dla trzech różnych wartości ξ przedstawia rys. 11b. Zależność, określającą logarytmiczną charakterystykę amplitudową:

$$L(\omega) = 20 \lg |G(j\omega)| = 20 \lg \frac{|k| \omega_n^2}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\omega_n\omega)^2}}$$

dla $0,4 < \xi < 0,6$ można aproksymować wyrażeniem:

$$L(\omega) = \begin{cases} 20 \lg |k| \\ 20 \lg |k| - 40 \lg \frac{\omega}{\omega_n} \end{cases}$$

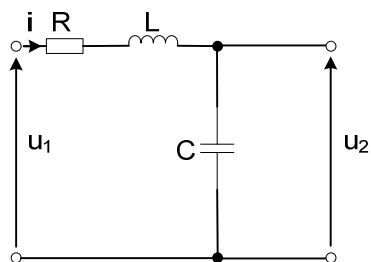
W tym przypadku asymptotyczna logarytmiczna charakterystyka amplitudowa ma więc postać łamanej złożonej z dwóch półprostych. Logarytmiczna charakterystyka fazowa elementu oscylacyjnego określona jest zależnością:

$$\varphi(\omega) = \text{arc}G(j\omega) = -\text{arctg} \frac{2\xi\omega_n\omega}{\omega_n^2 - \omega^2}$$

Przykładem członu oscylacyjnego jest czwórnik RLC (rys. 12) dla $R < 2\sqrt{L/C}$, jeżeli za wymuszenie przyjąć napięcie u_1 na wejściu, a za odpowiedź – napięcie u_2 na wyjściu tego czwórniaka. Na podstawie drugiego prawa Kirchhoffa dla tego czwórniaka możemy napisać:

$$u_1 = Ri + Li + u_2,$$

gdzie: i jest natężeniem prądu w tym czwórniku.



Rys.12. Czwórnik RLC¹²

Równanie to po uwzględnieniu zależności $i = C \ddot{u}_2$ przyjmie postać:

$$\ddot{u}_2 + \frac{R}{L} \dot{u}_2 + \frac{1}{LC} u_2 = \frac{1}{LC} u_1$$

Równanie w/w stanowi przypadek szczególny dla:

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \xi = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}, \quad k = 1$$

równania $\ddot{y} + 2\xi(\omega_n \dot{y} + \omega_n^2 y) = k\omega_n^2 u$. Zauważmy jeszcze, że tylko dla $R < 2\sqrt{L/C}$ równanie charakterystyczne równania różniczkowego $\ddot{u}_2 + \frac{R}{L} \dot{u}_2 + \frac{1}{LC} u_2 = \frac{1}{LC} u_1$:

$$M(s) = s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC} = 0$$

ma pierwiastki zespolone sprzężone i rozpatrywany czwórnik jest elementem oscylacyjnym. Dla $R > 2\sqrt{L/C}$ czwórnik ten jest członem inercyjnym drugiego rzędu.

ELEMENT OPÓZNIAJĄCY

Elementem opóźniającym nazywać będziemy element automatyki opisany równaniem o postaci:

$$y(t) = ku(t - T_0)$$

gdzie: k – współczynnik wzmocnienia określony jako stosunek odpowiedzi y do wymuszenia u dla $t > T_0$, T_0 – czas opóźnienia.

Opis elementu opóźniającego w przestrzeni stanów wymaga wprowadzenia wektora stanu o nieskończonej liczbie współrzędnych.

¹² Źródło: Tadeusz Kaczorek „Teoria sterowania”, Tom I Układy liniowe ciągłe i dyskretne, s.156

Charakterystykę skokową, charakterystykę amplitudowo – fazową oraz logarytmiczne charakterystyki amplitudową i fazową członu opóźniającego przedstawia rys. 13.

Z twierdzenia o transformacji funkcji opóźnionej zastosowanego do zależności $y(t) = ku(t - T_0)$ otrzymujemy transmitancję operatorową elementu opóźniającego o postaci:

$$G(s) = ke^{-sT_0}.$$

Charakterystykę skokową elementu opóźniającego będącą oryginałem transformaty:

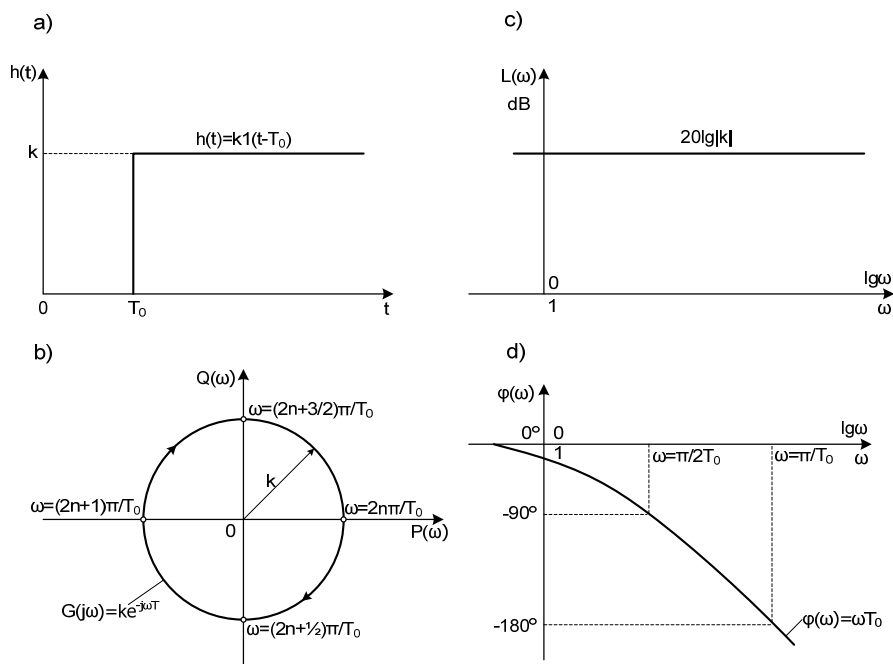
$$H(s) = G(s) \frac{1}{s} = \frac{k}{s} e^{-sT_0}$$

określa zależność:

$$h(t) = k1(t - T_0),$$

gdzie: $1(t)$ jest skokiem jednostkowym.

Charakterystyka ta jest więc funkcją skokową o amplitudzie k , opóźnioną o T_0 rys. 13a.



Rys.13. Charakterystyki elementu opóźniającego: a) skokowa, b) amplitudowo – fazowa c) logarytmiczna amplitudowa, d) logarytmiczna fazowa¹³

¹³ Źródło: Tadeusz Kaczorek „Teoria sterowania”, Tom I Układy liniowe ciągłe i dyskretne, s.158

Charakterystyka amplitudowo – fazowa tego członu, będąca wykresem transmitancji widmowej:

$$G(j\omega) = ke^{-j\omega T_0}$$

ma postać okręgu o promieniu k i środku w początku układu współrzędnych (rys. 13b).

Logarymiczna charakterystyka amplitudowa tego członu, określona zależnością:

$$L(\omega) = 20 \lg |k|$$

ma postać prostej poziomej (rys. 13c), a logarymiczna charakterystyka fazowa, określona zależnością:

$$\varphi(\omega) = \arg G(j\omega) = -\omega T_0$$

maleje ze wzrostem pulsacji ω (rys. 13d).

Przykładem elementu opóźniającego jest jednorodna linia długa bez strat (rys.14), jeżeli za wymuszenie przyjąć napięcie u_1 na początku, a za odpowiedź – napięcie u_2 na końcu tej linii długiej. Jak wiadomo, napięcie u_2 z napięciem u_1 w linii długiej bez strat związane jest zależnością:

$$u_2(t) = u_1(t - T_0)$$

gdzie: $T_0 = l/v = l\sqrt{LC}$ jest czasem, w którym fala napięcia poruszająca się z prędkością fazową $v = 1/\sqrt{LC}$ przebywa drogą równą długości l , a L i C są odpowiednio indukcyjnością pojemnością na jednostkę długości (zwykle 1km) tej linii długiej.



Rys.14. Linia długa bez strat¹⁴

1.3.2. Metody wyznaczania transmitancji operatorowej i widmowej elektrycznych elementów automatyki

Podstawowymi układami elektrycznymi podlegające analizie w systemach automatyki sprowadza się do określenia zależności elementarnych czwórników elektrycznych. Układy te mogą być układami aktywnymi lub zbudowanymi w oparciu o elementy bierne, które składają się z kondensatorów C , rezystorów R i elementu indukcyjnego L . Z

¹⁴ Źródło: Tadeusz Kaczorek „Teoria sterowania”, Tom I Układy liniowe ciągłe i dyskretne, s.159

matematycznego punktu widzenia, czwórnik elektryczny może być opisany za pomocą liniowych równań różniczkowych o stałych współczynnikach. Oznaczając prąd lub napięcie wejściowe czwornika przez $u(t)$ oraz prąd lub napięcie wyjściowe przez $y(t)$, zaś ich transformaty Laplace'a odpowiednio przez $U(s)$ oraz $Y(s)$, można przy zerowych warunkach początkowych zapisać równanie czwornika w postaci:

$$Y(s) = G(s)U(s),$$

gdzie: $G(s)$ oznacza funkcję przenoszenia czwornika i nosi nazwę transmitancji operatorowej czwornika.

W praktyce najwygodniej jest posługiwać się transmitancją napięciową zdefiniowaną jako:

$$G(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)}$$

Transmitancja operatorowa czwornika nie zależy od rodzaju sygnału podawanego na wejście czwornika. Zależy jedynie od stałych cech układu. Wyrażanych za pomocą jego struktury i wartości jego elementów. Transmitancja określa, więc właściwości struktury układu czwornika i zawartych w nim elementów (przy założeniu stałości wartości parametrów R , L , C układu).

Znajomość transmitancji operatorowej czwornika pozwala na określenie sygnału wyjściowego czwornika (tzw. odpowiedzi) na pojawiający się na jego wejściu sygnał elektryczny (tzw. wymuszenie).

Jednym ze standardowych wymuszeń jest przebieg sinusoidalnie zmienny. W tym przypadku dokonuje się analizy zmiany właściwości czwornika w funkcji częstotliwości. Na wejście czwornika są doprowadzane wówczas sygnały sinusoidalne o różnych pulsacjach ω , o standardowej (jednostkowej) amplitudzie i zerowej fazie początkowej.

Właściwości czwornika w obwodach prądu sinusoidalnego są opisywane za pomocą częstotliwościowej funkcji przenoszenia $G(j\omega)$, zwanej transmitancją widmową.

Transmitancja widmowa jest w tym przypadku zespoloną funkcją pulsacji ω i może być przedstawiona za pomocą dwóch składowych: części rzeczywistej $P(\omega)$ oraz części urojonej $Q(\omega)$ jako:

$$G(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega),$$

lub w postaci wykładniczej, za pomocą modułu $M(\omega)$ oraz fazy $\varphi(\omega)$ jako

$$G(j\omega) = M(\omega)e^{j\varphi(\omega)},$$

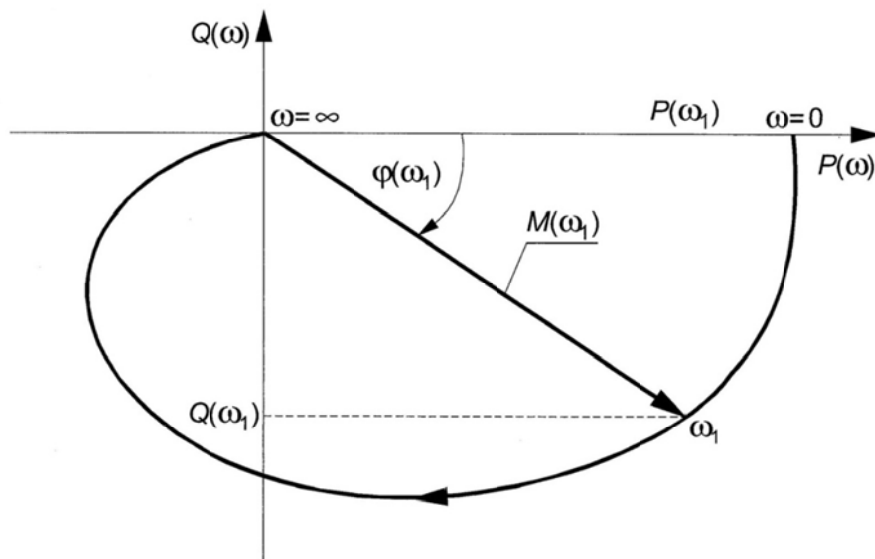
przy czym spełnione są zależności:

$$M(\omega) = \sqrt{[P(\omega)]^2 + [Q(\omega)]^2}$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$$

Zależność $M(\omega)$ oraz $\varphi(\omega)$ nazywają się odpowiednio charakterystyką amplitudową i charakterystyką fazową układu. Charakterystyki te reprezentują fizycznie częstotliwościowe zmiany amplitudy i fazy sinusoidalnego sygnału wyjściowego, mogą więc stanowić podstawę do wyznaczania odpowiedzi badanego czwórnika na wymuszenie sinusoidalne o pulsacji ω . Znając zmiany $A(\omega)$ i $\varphi(\omega)$ można na płaszczyźnie zespolonej wykreślić również charakterystykę amplitudowo-fazową (rys.15). Charakterystyka amplitudowo-fazowa jest miejscem geometrycznym końców wektora, którego:

- długość jest stosunkiem amplitud (lub wartości skutecznych) odpowiedzi i wymuszenia $M(\omega)$;
- kąt stanowi przesunięcie fazowe $\varphi(\omega)$ między odpowiedzią a wymuszeniem, otrzymanych przy zmianach pulsacji ω w zakresie $0 \dots \infty$.



Rys.15. Linia długa bez strat¹⁵

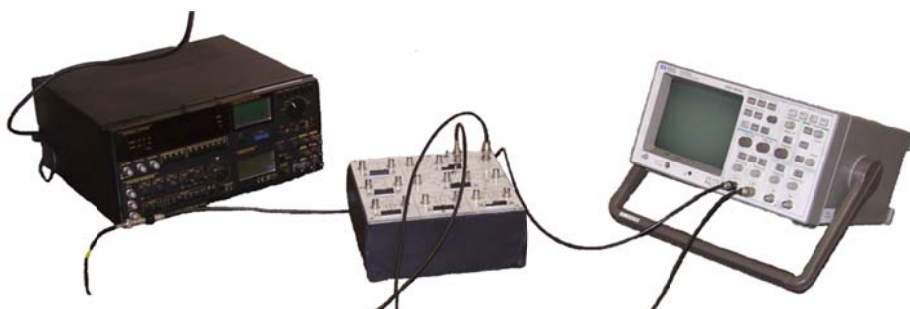
¹⁵ Źródło: Tadeusz Kaczorek „Teoria sterowania”, Tom I Układy liniowe ciągłe i dyskretne, s.159

1.4. PRZEBIEG ĆWICZENIA LABORATORYJNEGO

1.4.1. Badanie układów automatyki przy użyciu generatora i oscyloskopu

1.4.1.1. Opis stanowiska laboratoryjnego

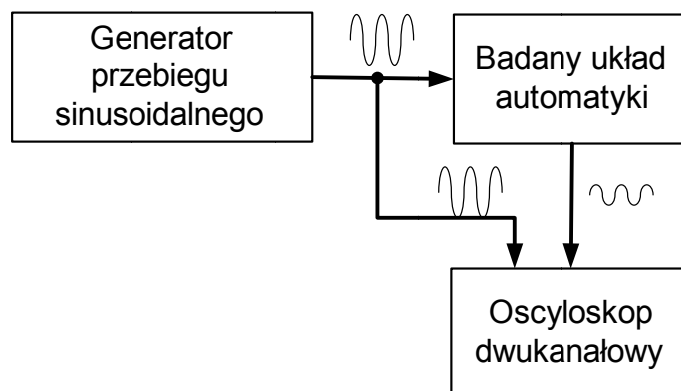
Stanowisko do pomiaru charakterystyk czasowych i częstotliwościowych układów automatyki przedstawiono na rys.16. Składa się ono z generatora funkcyjnego, modułu z układami automatyki oraz oscyloskopu dwukanałowego.



Rys.16. Układ pomiarowy do pomiaru charakterystyk częstotliwościowych.

1.4.1.2. Pomiar charakterystyk częstotliwościowych

Pomiar charakterystyk częstotliwościowych przeprowadza się w układzie przedstawionym na rys.17.



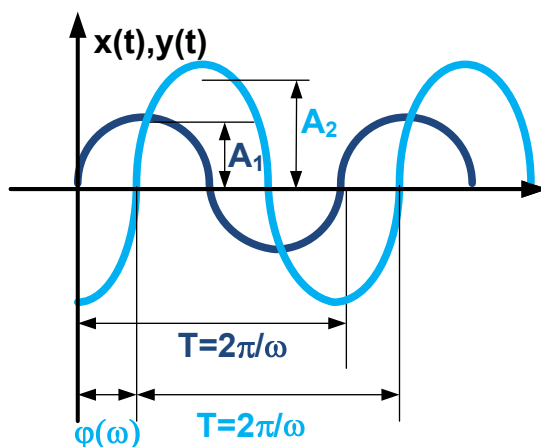
Rys.17. Układ pomiarowy do pomiaru charakterystyk częstotliwościowych.

Doświadczalnie pomiaru charakterystyk częstotliwościowych dokonuje się w następujący sposób:

1. Połączyć układ zgodnie z rys.17. Jako badany element automatyki należy podłączyć układ wskazany przez prowadzącego ćwiczenie laboratoryjne oraz zapisać jego parametry w protokole do ćwiczenia.
2. Ustawić na generatorze wartość amplitudy sygnału sinusoidalnego oraz zapisać tę wartość w protokole. Przy badaniu filtrów pasywnych amplituda napięcia nie powinna przekraczać 8V.
3. Ustawić na generatorze pierwszą częstotliwość pomiarową. Pomiaru należy wykonywać w zakresie od 5Hz do 10kHz w następujący sposób:
 - od 5Hz do 100Hz – 5 punktów pomiarowych,
 - od 100Hz do 1kHz – 5 punktów pomiarowych,
 - od 1kHz do 10kHz – 10 punktów pomiarowych.

UWAGA. Podczas pomiarów zmianie ulega jedynie częstotliwość generatora, zaś amplituda sygnału z generatora powinna być utrzymywana na stałym poziomie.

4. Dla każdego punktu pomiarowego (każdej wartości częstotliwości) zmierzyć amplitudę sygnału wyjściowego oraz przesunięcie fazowe tego sygnału względem sygnału wejściowego zgodnie z rys.18.
 - a. Uwaga: Pomiar amplitudy na oscyloskopie $Voltage \rightarrow Source2 \rightarrow V_{pp}=?$ Zwrócić uwagę na wartość średnią sinusoidy sygnału wejściowego równą zero.
 - b. Uwaga: Pomiar przesunięcia fazowego na oscyloskopie $Cursors \rightarrow t_1 \rightarrow t_2 \rightarrow \Delta t=?$. (Rozciągnąć skalę podstawy czasu).



Rys.18. Układ pomiarowy do pomiaru charakterystyk częstotliwościowych.

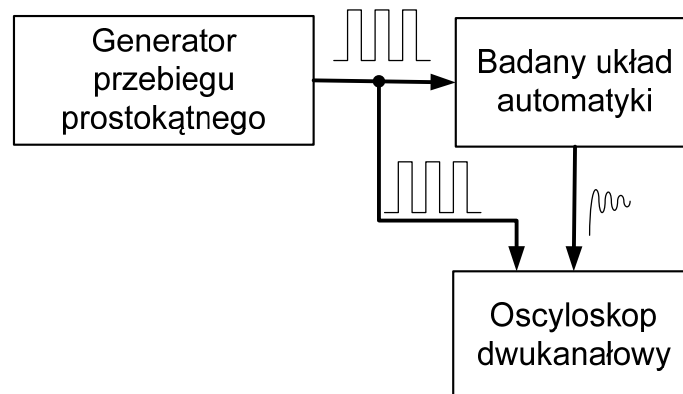
5. Wyniki pomiarów zapisać w tabeli:

Częstotliwość f [Hz]	Pulsacja ω [Hz]	Amplituda A_2 [V] dla $A_1 = \dots$	Wzmocnienie $K = 20 \log(A_2/A_1)$ [dB]	Przesunięcie fazowe ϕ_{sek} [ms]	Przesunięcie fazowe ϕ_{st} [$^\circ$]

1.4.1.3. Pomiar charakterystyk czasowych

Pomiar charakterystyk czasowych przeprowadza się w układzie przedstawionym na rys.18. W sposób doświadczalny pomiaru charakterystyk częstotliwościowych dokonuje się w następujący sposób:

1. Połączyć układ zgodnie z rys.18. Jako badany element automatyki należy podłączyć układ lub układy, dla których dokonane zostały pomiary charakterystyk częstotliwościowych (pkt.1.4.1) oraz zapisać jego parametry w protokole do ćwiczenia.
2. Ustawić na generatorze wartość amplitudy sygnału prostokątnego, który będzie modelować sygnał skoku jednostkowego oraz zapisać tę wartość w protokole.
3. Po zarejestrowaniu charakterystyki skokowej badanego elementu należy przerysować charakter zmian sygnału w protokole z ćwiczeń. Na szkicu należy również nanieść wartości amplitudy i czasu, w taki sposób aby można było określić parametry transmitancji operatorowej badanego elementu automatyki.



Rys.18. Układ pomiarowy do pomiaru charakterystyki skokowej

1.4.2. Badanie układu automatyki w środowisku symulacyjnym MATLAB/Simulink

1.4.2.1. Opis stanowiska laboratoryjnego

Stanowisko do pomiaru charakterystyk czasowych i częstotliwościowych układów automatyki obejmuje komputer PC z zainstalowanym oprogramowaniem MATLAB. Generator funkcyjny, badany obiekt automatyki oraz przyrząd pomiarowy będą symulowane przez środowisko MATLAB.

1.4.2.2. Wyznaczenie transmitancji operatorowych badanych układów automatyki.

Przed rozpoczęciem pomiarów należy wyznaczyć transmitancje operatorowe badanych układów automatyki. W tym celu należy do ogólnych postaci transmitancji operatorowych wybranych układów automatyki (I do VI) opisanych w części pierwszej Dodatku 1 podstawić wartości charakterystyczne dla danego trybu pracy (A, B lub C) podane w części 2 Dodatku 1.

Np.:

Układ I (filtr dolnoprzepustowy) opisany jest transmitancją operatorową postaci: $G(s) = \frac{1}{1 + Ts}$, gdzie $T = RC$.

W trybie pracy A są dane:

$$A) R = 2 \text{ k}\Omega \quad C = 1 \text{ }\mu\text{F}$$

$$\text{stąd: } T = 2 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-6} = 0,002$$

$$\text{i dalej: } G(s) = \frac{1}{1 + 0,002s}$$

Należy zwrócić szczególną uwagę na rząd wielkości.

1.4.2.3. Pomiar charakterystyk częstotliwościowych

1. W środowisku MATLAB wprowadzić transmitancję układu automatyki przy pomocy funkcji `tf()`.

Np. dla opisanego powyżej przypadku:

$$G1a = \text{tf}([1], [0.002 \ 1])$$

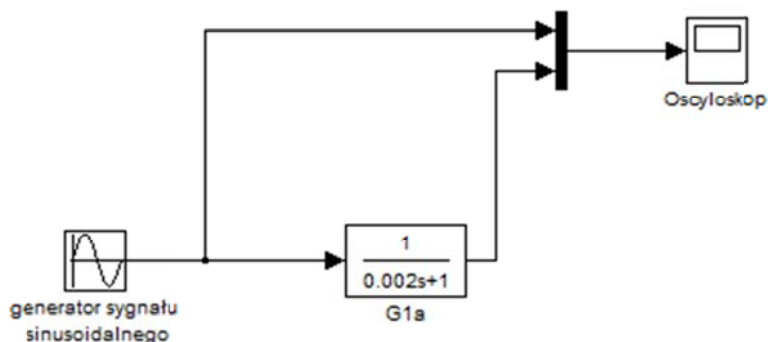
Następnie należy wyznaczyć charakterystyki częstotliwościowe układu korzystając z funkcji:

`bode(<nazwa transmitancji>)` – ch-ki Bode'go

`nyquist(<nazwa transmitancji>)` – ch-ka Nyquist'a

i odczytać na nich wartości charakterystyczne.

Po zapisaniu wartości należy zweryfikować je korzystając z modułu Simulink. W tym celu należy wykonać układ pomiarowy przedstawiony na rysunku 19.



Rys. 19. Układ pomiarowy do pomiaru charakterystyk częstotliwościowych w programie MATLAB/Simulink.

Jako badany układ automatyki będą kolejno wstawiane układy I – VI w konfiguracji A, B i C.

2. Ustawić w bločku generatora wartość amplitudy sygnału sinusoidalnego oraz zapisać tę wartość w protokole. Przy badaniu filtrów pasywnych amplituda napięcia nie powinna przekraczać 8V. Ustawić amplitudę taką samą jak w pkt. 1.4.1.
3. Ustawić na generatorze pierwszą częstotliwość pomiarową. Pomiaru należy wykonywać w zakresie od 5Hz do 10kHz w następujący sposób:
 - od 5Hz do 100Hz – 5 punktów pomiarowych,
 - od 100Hz do 1kHz – 5 punktów pomiarowych,
 - od 1kHz do 10kHz – 10 punktów pomiarowych.

Pomiary wykonać dla tych samych częstotliwości co w pkt. 1.4.1.

UWAGA. Podczas pomiarów zmianie ulega jedynie częstotliwość generatora, zaś amplituda sygnału z generatora powinna być utrzymywana na stałym poziomie.

1.4.2.4. Pomiar charakterystyk czasowych

Badania charakterystyk czasowych w pakiecie MATLAB pozwolą na weryfikację przeprowadzonych w poprzednim punkcie badań doświadczalnych.

W celu wyznaczenie charakterystyk czasowych badanych układów automatyki należy wywołać odpowiednie funkcje:

step(<nazwa transmitancji>) – ch-ka skokowa

impulse (<nazwa transmitancji>) – ch-ka impulsowa

Odczytane z wykresu wartości charakterystyczne należy porównać z otrzymanymi w pomiarach doświadczalnych w pkt. 1.4.1.

1.5. WYKONANIE SPRAWOZDANIA

Dla badanych układów automatyki należy wyznaczyć transmitancję operatorową i widmową oraz obliczyć w sposób analityczny odpowiedź skokową i impulsową.

Na podstawie pomiarów narysować logarytmiczną charakterystykę amplitudową i fazową oraz porównać ją z przebiegiem odpowiedzi badanych układów określonych analitycznie na podstawie ich transmitancji widmowej a także porównać z wynikami symulacji w pakiecie MATLAB/Simulink. Na zmierzonych charakterystykach częstotliwościowych należy określić i zaznaczyć parametry badanego układu.

Następnie na podstawie pomiaru charakterystyki skokowej badanego układu określić parametry transmitancji operatorowej badanego układu.

W sprawozdaniu z ćwiczenia laboratoryjnego należy zamieścić:

- podpisany przez prowadzącego ćwiczenie protokół;
- przepisane wyniki pomiarów;
- wykreślone charakterystyki czasowe i częstotliwościowe wraz z opisami
- wnioski i spostrzeżenia.

1.5. Literatura

1. Tadeusz KACZOREK „*Teoria sterowania T1*”, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1977 – 1981, Sygnatura: 44016
2. Marek Żelazny, „*Podstawy automatyki*”, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1976, Sygnatura: 38038
3. Janusz KOWAL „*Podstawy automatyki T1*”, Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne AGH, Kraków 2004, Sygnatura: 60378

Dodatek 1.

Elektryczne układy automatyki i ich transmitancja oraz parametry.

Nazwa	Schemat	Transmitancja	Parametry
Dolnoprzepustowy		$G(s) = \frac{1}{1 + Ts}$	$T = RC$
Górnoprzepustowy		$G(s) = \frac{Ts}{1 + Ts}$	$T = RC$
Pasmowo przepustowy		$G(s) = \frac{Ts}{(T_3s + 1)(T_4s + 1)}$	$T = C_1 R_2$ $T_3 = \frac{T_1}{\frac{T_2}{2T_1} + \sqrt{\left(\frac{T_2}{2T_1}\right)^2 - 1}} \quad T_4 = \frac{T_1}{\frac{T_2}{2T_1} - \sqrt{\left(\frac{T_2}{2T_1}\right)^2 - 1}}$ $T_1 = \sqrt{C_1 R_1 C_2 R_2}$ $T_2 = C_1 R_2 + C_1 R_1 + C_2 R_2,$
Pasmowo zaporowy		$G(s) = \frac{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}{\left(\frac{T_1}{a}s + 1\right)(aT_2s + 1)}$	$T_1 = R_1 C_1$ $T_2 = R_2 C_2$ $a = \frac{R_1 + R_2}{R_2}$
Dolnoprzepustowy gdy $T_1 < T_2$		$G(s) = \frac{k(T_1s + 1)}{(T_2s + 1)}$	$T_1 = R_1 C_1$ $T_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} (C_1 + C_2)$ $k = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$
Górnoprzepustowy gdy $T_1 > T_2$		$G(s) = \frac{k(T_1s + 1)}{(T_2s + 1)}$	$T_1 = R_1 C_1$ $T_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} (C_1 + C_2)$ $k = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

Zestawienie elementów w zależności od ustawień przełączników **A, B, C**:

Filtr I.

- A) $R = 2 \text{ k}\Omega$ $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$
- B) $R = 10 \text{ k}\Omega$ $C = 100 \text{ nF}$
- C) $R = 5 \text{ k}\Omega$ $C = 100 \text{ nF}$

Filtr II.

- A) $R = 2 \text{ k}\Omega$ $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$
- B) $R = 10 \text{ k}\Omega$ $C = 100 \text{ nF}$
- C) $R = 5 \text{ k}\Omega$ $C = 100 \text{ nF}$

Filtr III.

- A) $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ $R_2 = 5 \text{ k}\Omega$ $C_1 = 470 \text{ nF}$ $C_2 = 47 \text{ nF}$,
- B) $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ $C_1 = 220 \text{ nF}$ $C_2 = 47 \text{ nF}$,
- C) $R_1 = 2 \text{ k}\Omega$ $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$ $C_1 = 220 \text{ nF}$ $C_2 = 22 \text{ nF}$.

Filtr IV.

- A) $R_1 = 5 \text{ k}\Omega$ $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ $C_1 = 47 \text{ nF}$ $C_2 = 470 \text{ nF}$,
- B) $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ $C_1 = 47 \text{ nF}$ $C_2 = 220 \text{ nF}$,
- C) $R_1 = 20 \text{ k}\Omega$ $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$ $C_1 = 22 \text{ nF}$ $C_2 = 220 \text{ nF}$.

Filtr V.

- A) $R_1 = 5 \text{ k}\Omega$ $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$ $C_1 = 10 \text{ nF}$ $C_2 = 100 \text{ nF}$,
- B) $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ $R_2 = 5 \text{ k}\Omega$ $C_1 = 47 \text{ nF}$ $C_2 = 470 \text{ nF}$,
- C) $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ $R_2 = 50 \text{ k}\Omega$ $C_1 = 22 \text{ nF}$ $C_2 = 220 \text{ nF}$.

Filtr VI.

- A) $R_1 = 20 \text{ k}\Omega$ $R_2 = 5 \text{ k}\Omega$ $C_1 = 100 \text{ nF}$ $C_2 = 10 \text{ nF}$,
- B) $R_1 = 5 \text{ k}\Omega$ $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ $C_1 = 470 \text{ nF}$ $C_2 = 47 \text{ nF}$,
- C) $R_1 = 50 \text{ k}\Omega$ $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ $C_1 = 220 \text{ nF}$ $C_2 = 22 \text{ nF}$.

Filtr VII.

- $R = 10 \text{ k}\Omega$ $C = 15 \text{ nF}$
- A) $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ $R_2 = 5 \text{ k}\Omega$
- B) $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$
- C) $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ $R_2 = 15 \text{ k}\Omega$

Filtr VIII.

- $R = 7,5 \text{ k}\Omega$ $C = 33 \text{ nF}$
- A) $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ $R_2 = 5 \text{ k}\Omega$
- B) $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$
- C) $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ $R_2 = 15 \text{ k}\Omega$

Filtr IX.

- $R = 5 \text{ k}\Omega$ $C = 100 \text{ nF}$
- A) $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ $R_2 = 1,5 \text{ k}\Omega$
- B) $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$
- C) $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ $R_2 = 2,5 \text{ k}\Omega$